

## Nieliniowe zadanie optymalizacji statycznej bez ograniczeń - nieliniowe algorytmy optymalizacji globalnej

Wykład 12  
dr inż. Ewa Szlachcic  
Wydział Elektroniki  
Kierunek: Automatyka i Robotyka  
Studia II stopnia magisterskie

## II. Optymalizacja globalna

Do tej grupy należą stochastyczne iteracyjne algorytmy przeszukiwania przestrzeni rozwiązań :

- metody przeszukiwania lokalnego
- metody przeszukiwania populacyjnego.

### SCHEMAT ALGORYTMU

1. Wygeneruj początkowy zbiór rozwiązań  $W$  i oceń każde z nich.
2. Wygeneruj i oceń zbiór nowych kandydatów  $W'$  drogą losowych zmian u wybranych osobników z  $W$ .
3. Zastąp pewne osobniki z  $W$  osobnikami z  $W'$  i wróć do kroku 2, o ile nie jest spełniony warunek zatrzymania algorytmu.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Idea: generuj i testuj

- Przeszukiwanie losowe – generowanie nowego rozwiązania
- Ocena jakości rozwiązania

### Trzy zasady generowania nowych osobników

1. Kolejni kandydaci są niewielkimi modyfikacjami poprzednich kandydatów.

2. Nowy kandydat powstaje w drodze rekombinacji pewnych cech dwóch lub więcej poprzedników

3. „Rodzice” nowych kandydatów (generowanych za pomocą metody 1 lub 2) wybierani są drogą losowych i konkurencyjnych strategii, które faworyzują „lepsze” rozwiązania.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Metody przeszukiwania lokalnego – algorytm największego wzrostu

1. Wygeneruj i oceń początkowe „aktualne rozwiązanie”  $s$ .
2. Zmodyfikuj  $s$  otrzymując  $s'$  i oceń  $s'$ .
3. Jeżeli  $s'$  jest lepsze niż  $s$ , podstaw  $s \leftarrow s'$
4. Wróć do kroku 2, chyba że jest spełniony warunek zatrzymania algorytmu.

W tym algorytmie wykorzystano pomysł (1): nowe potencjalne rozwiązania generowane są drogą niewielkich modyfikacji aktualnego rozwiązania.

Podstawowa różnica uwidacznia się w kroku 3. Czasem można zaakceptować rozwiązanie  $s'$  nawet wtedy gdy jest ono gorsze niż  $s$ . Pozwala to uniknąć (choć nie zawsze) stabilizacji aktualnego rozwiązania w lokalnym optimum.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Metody przeszukiwania populacyjnego

- W populacyjnych metodach przeszukiwania stosuje się zamiast pojedynczego rozwiązania aktualnego populację (zazwyczaj różnych) rozwiązań aktualnych.
- Nowe rozwiązania uzyskiwane są drogą wyboru z populacji „rodziców” i odpowiedniego modyfikowania ich.
- Tutaj pomysł (2) odgrywa główną rolę:

Nowy kandydat powstaje w drodze rekombinacji pewnych cech dwóch lub więcej poprzedników.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## 1. Techniki heurystyczne

- Algorytmy lokalnego poszukiwania – klasa algorytmów przybliżonych, w których rozwiązanie problemu jest iteracyjnie poprawiane poprzez przeglądanie sąsiedztwa rozwiązania.
- Elementy algorytmu:
  - I Generowanie dopuszczalnego rozwiązania początkowego
  - II Wybór operatorów do przeglądania sąsiedztwa rozwiązania
  - III Kryteria akceptacji ruchu
  - IV Warunek stopu algorytmu.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Meta-heurystyki, inteligentne heurystyki

Bazują na analogiach do procesów ze świata rzeczywistego (fizyki, biologii), które można interpretować w kategoriach optymalizacji, a które często prowadzą do wyników bliskich optimum

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Metaheurystyki

- Symulowane wyżarzanie (ang. Simulated annealing SA)
- Przeszukiwanie Tabu (Przeszukiwanie z zakazami) (ang. Tabu Search TS)
- Systemy mrówkowe (ang. Ant systems AS- Ant Colony Optimization)
- Algorytmy ewolucyjne (ang. Evolutionary algorithms EA)
- Optymalizacja rojem cząstek (ang. Particle swarm optimization PSO)
- Optymalizacja z wykorzystaniem harmonii (ang. Harmony search HS).

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Symulowane wyżarzanie – inspiracja z procesu wyżarzania metalu (ang. Simulated annealing S.A.)

- Kawalek metalu jest podgrzewany do wysokiej temperatury, a następnie powoli schładzany.
- Powolne i regularne chłodzenie się metalu pozwala atomom na obniżenie poziomu swej energii do momentu znalezienia się w stanie metastabilnym (o minimalnej energii).
- Gwałtowne ochłodzenie zamroziłoby atomy na przypadkowych pozycjach, na których aktualnie znajdowałyby się.
- Otrzymana w rezultacie struktura metalu jest silniejsza i bardziej stabilna.
- Zamiast minimalizowania energii bloku metalu (czy maksymalizowania jego wytrzymałości), program minimalizuje lub maksymalizuje funkcję celu związaną z problemem.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Metoda symulowanego wyżarzania- jako modyfikacja błędzenia przypadkowego

- Nowo wygenerowany punkt staje się rozwiązaniem roboczym, gdy poprawia on wartość funkcji celu,
- Nowo wygenerowany punkt staje się rozwiązaniem roboczym. Jego akceptacja następuje z prawdopodobieństwem równym

$$p_a = \exp\left(-\frac{f(x^*) - f(x^i)}{T}\right), \text{ dla } T \geq 0$$

T – oznacza temperaturę,  $x^*$ ,  $x^i$  – wektor rozwiązań nowy i stary.

- Odpowiednie dobranie sposobu obniżania temperatury w kolejnych generacjach.
  - Zbyt szybkie obniżanie temperatury odbija się negatywnie na dokładności algorytmu,
  - Zbyt powolne obniżanie temperatury znacznie wydłuża czas obliczeń.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Przeszukiwanie TABU (ang. Tabu search algorithm TS)

- ❖ Przeszukiwanie tabu jest wielokrotną procedurą stosowaną do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych z zakresu kombinatoryki dyskretnej.
- ❖ Podstawową ideą przeszukiwania tabu jest eksploracja przestrzeni, stworzonej ze wszystkich możliwych do realizacji rozwiązań, za pomocą sekwencji ruchów.
- ❖ Wyjście z lokalnie optymalnego, ale nie optymalnego globalnie, rozwiązania i tym samym uniemożliwienie wykonania pewnych ruchów w danym przejściu klasyfikowane jest jako ruch niedozwolony, czy też jako ruch tabu.
- ❖ Ruchy tabu to ruchy oparte na krótko- bądź długoterminowej historii sekwencji ruchów. Dla przykładu prosta implementacja może zakwalifikować ruch jako tabu, jeżeli ruch do niego przeciwny wykonany został ostatnio lub wykonywany był często.
- ❖ Czasami, gdy uważane jest to za korzystne, ruch tabu może być unieważniony. Takie kryterium aspiracyjne obejmuje również przypadek, kiedy przez zapomnienie, iż dany ruch jest tabu, dojdziemy do rozwiązania najlepszego z uzyskanych dotychczas.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Przeszukiwanie TABU (poszukiwanie z zakazami).

- Jest to metoda pozwalająca uniknąć niebezpieczeństwa wielokrotnego powracania do tego samego rozwiązania.
- Algorytm jest wyposażony w pamięć dotychczas odwiedzanych punktów.
- Ponowne odwiedzenie punktów znajdujących się w pamięci tabu jest zakazane.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Optymalne działanie kolonii mrówek – systemy mrówkowe (ang. Ant Colony Optimization – Ant systems AS)

1. Niektóre gatunki mrówek podczas wędrówki z mrowiska w kierunku źródła pożywienia pozostawiają na podłożu substancję chemiczną zwaną feromonem.
2. Gdy proces ten powtarza się, feromon pozostawiany jest przez mrówki w coraz większych ilościach na coraz krótszych odcinkach.
3. Kiedy inne mrówki dojdą do punktu decyzyjnego, którym jest skrzyżowanie wielu możliwych ścieżek, dokonują wyboru trasy na podstawie ilości pozostawionej przez poprzedniczki substancji.
4. Po kilku chwilach już prawie wszystkie mrówki używają najkrótszej ścieżki ze względu na najwyższą koncentrację znajdującego się na niej feromonu

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Optymalne działanie kolonii mrówek – systemy mrówkowe cd.

- Systemy mrówkowe są to systemy wielu przedstawicieli, w których zachowanie poszczególnego przedstawiciela inspirowane jest rzeczywistym zachowaniem mrówek.
- Wielokrotne użycie algorytmu pozwala na zidentyfikowanie trasy optymalnej.
- Algorytmy mrówkowe są najlepszym przykładem systemu bazującego na inteligencji masowej.
- Algorytmy mrówkowe wykorzystywane w programach komputerowych symulują pozostawianie feromonu wzdłuż wykorzystywanych ścieżek.
- Wykorzystywane są do rozwiązywania problemów optymalizacji, począwszy od klasycznego problemu komiwojażera (VRP, CVRP, VRPTW itp.), a skończywszy na wyznaczaniu tras w sieciach telekomunikacyjnych.



Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Algorytmy ewolucyjne (ang. Evolutionary algorithms EA)

(populacyjne algorytmy przeszukiwania)

- Algorytmy genetyczne
- Programowanie genetyczne
- Programowanie ewolucyjne
- Strategie ewolucyjne
- Algorytmy immunogenetyczne

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Algorytm genetyczny

„Zasada ich działania opiera się na obserwacji praw natury i przeniesieniu ich na grunt informatyki.

•U podstaw algorytmów genetycznych znajduje się dobór naturalny oraz dziedziczność.

•Najlepiej przystosowane jednostki (niosące rozwiązania zbliżone do właściwego) są powielane oraz krzyżowane ze sobą w celu powielenia informacji. „

•Tworzone kolejno populacje są wypełniane losowo wygenerowanymi osobnikami wraz z obliczoną funkcją przystosowania

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Proces sztucznej ewolucji

- Reprodukacja – skopiowanie do populacji tymczasowej  $T$  losowo wybranych osobników z populacji bazowej.
- Proces losowania odbywa się ze zwracaniem.
- Osobniki o większej wartości funkcji przystosowania mają większe szanse reprodukcji.
- W wyniku reprodukcji w populacji tymczasowej znajdzie się większa liczba kopii lepiej przystosowanych osobników.
- Operacje genetyczne – krzyżowanie i mutacja.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

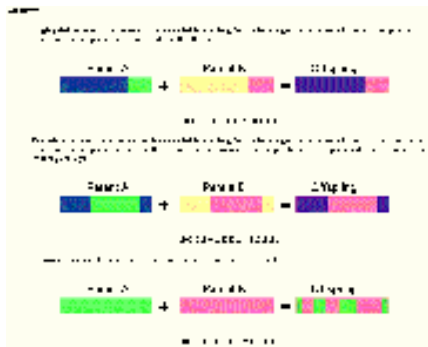
## Operatory genetyczne

- Operator krzyżowania -
  - Osobnicy są kojarzeni w rozłączne pary.
  - Parametr algorytmu – prawdopodobieństwo krzyżowania  $p_c$
  - Osobniki potomne zastępują rodziców.
- Operator mutacji -
  - Mutacja – zmiana genotypu
  - Osobniki poddane mutacji stanowią populację potomną  $O'$ .
  - Parametr algorytmu – prawdopodobieństwo mutacji  $p_m$
  - Algorytm działa do chwili spełnienia warunku zatrzymania.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

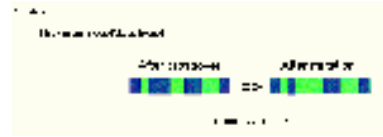
## Algorytm genetyczny – operator krzyżowania



Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Algorytm genetyczny – operator mutacji



Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Kryteria zatrzymania algorytmu

- Zbieżność algorytmów ewolucyjnych ma charakter asymptotyczny - tzn, gdy liczba generacji dąży do nieskończoności, prawdopodobieństwo osiągnięcia minimum globalnego wzrasta.

### DWIE GRUPY KRYTERIÓW:

- Kryteria zatrzymania, polegające na monitorowaniu wartości funkcji przystosowania najlepszego wygenerowanego osobnika, (kryterium maksymalnego kosztu, zadowalającego poziomu funkcji przystosowania, minimalnej szybkości poprawy).
- Kryteria zatrzymania, polegające na monitorowaniu zdolności algorytmu do eksploracji przestrzeni genotypów, co warunkuje odporność algorytmu na maksima lokalne.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Monitorowanie rozwiązań generowanych przez algorytm ewolucyjny

- Kryterium maksymalnego kosztu  

$$K > K_{\max}$$

Często rozumiane jako maksymalna dopuszczalna liczba generacji algorytmu.
- Kryterium zadowalającego poziomu funkcji przystosowania dla najlepszego dotychczas znalezionej osobnik.  

$$f(\hat{x}^k) \geq f_*$$
- Kryterium minimalnej szybkości poprawy – jeżeli w kolejnych  $\varepsilon$  iteracjach nie uda się poprawić wyniku algorytmu o więcej niż  $\tau$ .  

$$\left| f[\hat{x}(t + \tau)] - f[\hat{x}(t)] \right| \leq \varepsilon,$$

$$\hat{x}(t) - \text{najlepszy znalezionej osobnik w } t \text{ iteracjach.}$$

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Strategie ewolucyjne

**Strategia (1+1)** - zastosowanie mechanizmu adaptacji zasięgu mutacji – zwanego regułą 1/5 sukcesów. Strategia ta posiada niewielką odporność na minima lokalne.

**Strategia ( $\mu+\lambda$ )** - z operatorami mutacji i krzyżowania.

- Przetwarzanie bazowej populacji  $P^t$  zawierającej  $\mu$  osobników
- Z tej populacji generuje się populację potomną  $O^t$ , zawierającą  $\lambda$  osobników.
- Proces generowania (reprodukcja) – wielokrotnie powtarza się losowanie ze zwracaniem osobnika spośród  $\mu$  osobników z  $P^t$ , a kopie umieszcza się w populacji pomocniczej  $T^t$ .
- Operacje krzyżowania i mutacji na populacji pomocniczej  $T^t$ .
- Tak otrzymana populacja  $O^t$  zostaje połączona ze starą populacją bazową  $P^t$ .
- Nową populacją bazową tworzy  $\mu$  najlepszych osobników wybranych spośród ( $\mu+\lambda$ ) znajdujących się w złączeniu populacji

$$P^t \cup O^t$$

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Strategie ewolucyjne cd.

- Strategia ( $\mu+\lambda$ ) jest w dużym stopniu odporna na minima lokalne oraz posiada samoczynną adaptację zasięgu mutacji.
- Strategia ( $\mu+\lambda$ ) działa wadliwie gdy w populacji znajdzie się osobnik o wyróżniającej się wartości funkcji przystosowania, lecz zdecydowanie nieodpowiednich wartościach odchylen standardowych.
- Wówczas powstaje niepożądane sprzężenie zwrotne, które utrudnia działanie algorytmu.
- Osobnik ten nie zostanie usunięty z populacji dopóki, dopóki nie zostanie znaleziony inny o większej wartości funkcji przystosowania.
- Osobnik ten wpływa na potomstwo, będąc osobnikiem rodzicielskim, a jego wartości odchylen standardowych są w ten sposób powielane i utrwalane w populacji a to utrudnia znalezienie osobników lepszych.

### Strategia ( $\mu, \lambda$ )

- Nowa populacja bazowa powstaje wyłącznie na podstawie  $\lambda$  osobników potomnych z populacji  $O^t$ .
- Osobniki rodzicielskie ulegają zapomnieniu. – a zatem każdy osobnik „żyje” dokładnie jedną generacją.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachociak

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Reguła 1/5 sukcesów

- Jeśli przez kolejnych  $k$  generacji liczba mutacji zakończonych sukcesem czyli
 
$$F(Y^k) > F(X^k)$$
 jest większa niż 1/5 ogólnej liczby wykonanych mutacji, to należy zwiększyć zasięg mutacji stosując regułę:
 
$$\sigma' = c_d \sigma$$
- Gdy dokładnie 1/5 mutacji kończy się sukcesem, wartość  $\sigma$  nie wymaga modyfikacji,
- W przeciwnym wypadku należy zawęzić zasięg mutacji według wzoru:

$$\sigma' = c_d \sigma$$

oraz  $c_d = 0,82$ ,  $c_i = 1/0,82$

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Algorytmy immunogenetyczne

- Algorytmy te wykorzystują własności układu odpornościowego.
- Układ ten to złożony system wyposażony w wiele mechanizmów umożliwiających rozwiązywanie specjalizowanych problemów.
- Jest to pozbawiony centralnego sterowania rozproszony układ posiadający zdolność uczenia się i zapamiętywania charakterystyk patogenów, z którymi zetknął się w czasie swojego funkcjonowania.
- Własności tych układów są wykorzystywane do zadań analizy danych, kompresji danych, uczenia maszynowego i optymalizacji.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Algorytm rozwiązywania zadań programowania nieliniowego z ograniczeniami przy pomocy algorytmu immunogenetycznego

- Rozwiązania dopuszczalne – to antygeny.
- Rozwiązania niedopuszczalne jako przeciwciała.
- Do zbioru antygenów wybiera się rozwiązania o największych wartościach funkcji celu (dla zadania maksymalizacji) – najlepsze przystosowanie do środowiska.
- Przeciwciała są w stanie odkrywać istotne schematy obecne w zbiorze antygenów.
- Poddanie przeciwciał modyfikacjom – może doprowadzić do ich naprawienia (uzyska się dobrze dopasowane rozwiązanie – które w znacznym mniejszym stopniu przekroczy ograniczenia).

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Optymalizacja Rojem Cząstek (ang. Particle swarm optimization PSO)

- Opierając się na zachowaniach stad ptaków i ławic ryb, technika ta przedstawia możliwe rozwiązania jako cząsteczki lecące jak rój przez obszar rozwiązań.
- Metoda rozpoznana w 1995 r. przez dr E. Eberhart'a i dr J. Kennedy'ego.
- Podobnie jak stado ptaków, rój podąża za przywódcą, bieżącym, najlepszym znanym rozwiązaniem, przyspieszając i zmieniając kierunek, gdy lepsze rozwiązanie zostanie znalezione.
- Badania nad tymi systemami pokazały, że optymalizacja rojem cząstek może skuteczniej od innych technik znaleźć lepsze rozwiązanie złożonych problemów.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Optymalizacja z wykorzystaniem harmonii (ang. Harmony Search Optimization HSO)

- Algorytm HS należy do grupy algorytmów meta-heurystycznych, opracowany przez Zong Woo Geem w roku 2001.
- Wykorzystuje podobieństwa procesu jazzowej improwizacji do procesu poszukiwania globalnego optimum w zadaniach optymalizacji
- Jazzowa improwizacja poszukuje najlepszego stanu harmonii (fantastic harmony), określanego jako estetyczna estymacja procesu, właśnie tak jak algorytm optymalizacji poszukuje najlepszego stanu (globalnego optimum), określanego jako badanie wartości funkcji celu
- Estetyczna estymacja stanowi zbiór tonów, granych przez instrument muzyczny, właśnie tak jak określenie wartości (ewaluacja) funkcji celu jest realizowane z wykorzystaniem zbioru wartości zmiennych decyzyjnych.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Pamięć harmonii HM

Pozostając przy analogii do zespołu muzycznego pamięć harmonii można określić jako zbiór o ustalonym rozmiarze (oznaczanym HMS, ang. harmony memory size), zawierający harmonie będące, zdaniem muzyków, najlepsze z dotychczas stworzonych.

$$HM = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_d^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_d^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & \dots & x_d^{HMS} \end{bmatrix}$$

Kolejność  
deklaracji  
o numerze 2

- Każdemu członkowi zespołu odpowiada jedna zmienna decyzyjna. Oznacza to, że zakres tonalny instrumentu tego muzyka odwzorowany jest w zbiór wartości zmiennej decyzyjnej mu przyporządkowanej.
- Jednej harmonii (współdźwiękowi stworzonemu przez cały zespół) odpowiada jedno rozwiązanie problemu.
- Każda harmonia ma przyporządkowaną subiektywną ocenę zespołu. Ocenie tej odpowiada wartość funkcji celu dla danego rozwiązania.
- Pamięć zawiera zbiór rozwiązań, dla których wartości funkcji celu są najlepsze spośród wszystkich wygenerowanych do tej pory rozwiązań.
- Generacja nowego rozwiązania prowadzona jest na bazie rozwiązań zawartych w pamięci i jest analogiczna do improwizacji nowej harmonii.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocić

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Zasady procesu generacji kolejnego rozwiązania na bazie HM, czyli odpowiednika improwizacji nowej harmonii.

- Dwa parametry decydujące o sposobie wyboru zmiennej decyzyjnej, wchodzącej do nowego rozwiązania:
  - HMCR - (ang. harmony memory consideration ratio) - współczynnik wyboru tonu z pamięci oraz
  - PAR (ang. pitch adjustment ratio) - współczynnik dostosowania tonu.

### Reguły wyboru zmiennych decyzyjnych:

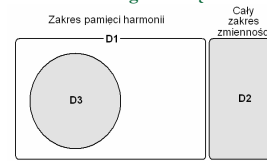
1. Wartość zmiennej decyzyjnej jest wybierana ze zbioru wartości, które przyjmuje ta zmienna w rozwiązaniach utrzymywanych w HM – ta operacja wykonywana jest z prawdopodobieństwem równym HMCR:  $p(D1)=HMCR$
2. Wartość zmiennej decyzyjnej jest losowana z całego dopuszczalnego zbioru wartości tej zmiennej z prawdopodobieństwem  $(1-HMCR)$ :  $p(D2)=1-HMCR$
3. Jeśli zmienna została ustalona na podstawie reguły 1, jest ona modyfikowana (dostosowywana) z prawdopodobieństwem równym PAR, co oznacza, że reguła ta stosowana jest z prawdopodobieństwem równym  $HMCR \cdot PAR$ :  $p(D3)=HMCR \cdot PAR$

**Kryterium stopu algorytmu - dopuszczalna liczba iteracji NI (ang. number of improvisations).**

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Obszary podjęcia decyzji o zastosowaniu reguł wyboru wartości wchodzącej do nowo tworzonego rozwiązania



Prawdopodobieństwa wyboru reguł można zdefiniować następująco:

- Reguła 1 :  $P(D1) = HMCR$
- Reguła 2 :  $P(D2) = 1 - HMCR$
- Reguła 3 :  $P(D3) = HMCR \cdot PAR$

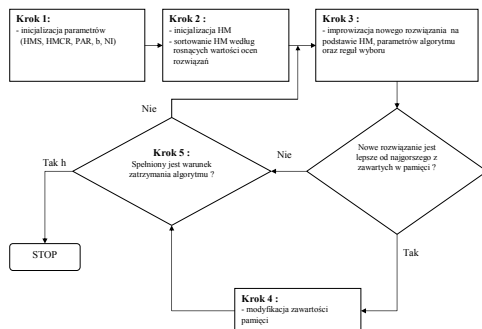
Modyfikacja w regule 3 polega na dodaniu do wartości ustalonej zgodnie z regułą 1 składnika  $\alpha$ , przy czym  $\alpha \in U[-b; b]$  gdzie  $b$  jest ustalonym parametrem algorytmu.

$U[-b; b]$  jest liczbą wylosowaną za pomocą generatora liczb pseudolosowych o rozkładzie jednostajnym na przedziale  $[-b; b]$ .

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Diagram decyzyjny dla procedury optymalizacyjnej opartej na algorytmie HS



Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Przykład – optymalizacja funkcji Geem'a - dwóch zmiennych za pomocą algorytmu HS

$$f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4 \rightarrow \min$$

2 minima zlokalizowane są w punktach  $x^* = (-0,08984; 0,71266)$  oraz  $x^n = (0,08984; -0,71266)$ , przy czym  $f(x^*) = f(x^n) = -1,0316285$ .

Zawartość pamięci harmonii algorytmu HS dla zadania minimalizacji funkcji 2 zmiennych po inicjalizacji - rozwiązania początkowe wybrane całkowicie losowo

Harmonia	x1	x2	f(x)
1	3,18	-0,40	169,95
2	-6,60	5,08	26274,83
3	6,66	7,43	37334,24
4	6,76	8,32	46694,70
5	-7,58	5,56	60352,77
6	7,76	4,70	67662,40
7	-8,25	2,75	95865,20
8	-8,30	8,53	120137,09
9	-9,01	-8,05	182180,00
10	-9,50	3,33	228704,72

Parametry algorytmu HS:

HMS = 10  
HMCR = 0.85  
PAR = 0.45

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Ilustracja wyboru reguł decyzyjnych

- Ustalono nowe rozwiązanie w postaci: rozwiązania  $x^* = (3,183; 8,666)$  wartość funkcji celu  $f(x^*) = 22454,67$ .
- Należy wstawić na pozycję 2 a najgorsze rozwiązanie nr 10 – wyrzucić.

Zawartość HM po 4870 iteracjach:

Harmonia	x1	x2	f(x)
1	0,08984	-0,71269	-1,0316285
2	0,09000	-0,71269	-1,0316284
3	0,09000	-0,71277	-1,0316283
4	0,09013	-0,71269	-1,0316281
5	0,08951	-0,71269	-1,0316280
6	0,08951	-0,71277	-1,0316279
7	0,08951	-0,71279	-1,0316278
8	0,09628	-0,71269	-1,0316277
9	0,08980	-0,71300	-1,0316275
10	0,09000	-0,71300	-1,0316274

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja

## Zastosowania algorytmu HS do zadań praktycznych - bez ograniczeń i z ograniczeniami

1. Projektowanie sieci wodociagowych - sieci wodociagowe dużych miast : Hanoi, Nowego Jorku, GoYang oraz BakRyun (Korea Pld.). HS dał najlepsze rezultaty w porównaniu ze strategią ewolucyjną oraz algorytmem symulowanego wyzarczania.
2. Planowanie tras – zadania klasy VRP – Vehicle Routing Problem
3. Projektowanie konstrukcji kratownicowych
4. Optymalizacja konstrukcji cylindrycznych i połączeń spawanych.

Metody optymalizacji  
Dr inż. Ewa Szlachocik

Wydział Elektroniki studia II st.  
kier. Telekomunikacja