

II. Optymalizacja globalna

Do tej grupy należą stochastyczne iteracyjne algorytmy przeszukiwania przestrzeni rozwiązań :

- metody przeszukiwania lokalnego
- metody przeszukiwania populacyjnego.

SCHEMAT ALGORYTMU

1. Wygeneruj początkowy zbiór rozwiązań W i oceń każde z nich.
2. Wygeneruj i oceń zbiór nowych kandydatów W' drogą losowych zmian u wybranych osobników z W .
3. Zastąp pewne osobniki z W osobnikami z W' i wróć do kroku 2, o ile nie jest spełniony warunek zatrzymania algorytmu.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Idea: generuj i testuj

- Przeszukiwanie losowe – generowanie nowego rozwiązania
- Ocena jakości rozwiązania

Trzy zasady generowania nowych osobników

1. Kolejni kandydaci są niewielkimi modyfikacjami poprzednich kandydatów.

2. Nowy kandydat powstaje w drodze rekombinacji pewnych cech dwóch lub więcej poprzedników

3. „Rodzice” nowych kandydatów (generowanych za pomocą metody 1 lub 2) wybierani są drogą losowych i konkurencyjnych strategii, które faworyzują „lepsze” rozwiązania.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Metody przeszukiwania lokalnego – algorytm największego wzrostu

1. Wygeneruj i oceń początkowe „aktualne rozwiązanie” s .
2. Zmodyfikuj s otrzymując s' i oceń s' .
3. Jeżeli s' jest lepsze niż s , podstaw $s \leftarrow s'$
4. Wróć do kroku 2, chyba że jest spełniony warunek zatrzymania algorytmu.

W tym algorytmie wykorzystano pomysł (1): nowe potencjalne rozwiązania generowane są drogą niewielkich modyfikacji aktualnego rozwiązania.

Podstawowa różnica uwidacznia się w kroku 3. Czasem można zaakceptować rozwiązanie s' nawet wtedy gdy jest ono gorsze niż s . Pozwala to uniknąć (choć nie zawsze) stabilizacji aktualnego rozwiązania w lokalnym optimum.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Metody przeszukiwania populacyjnego

- W populacyjnych metodach przeszukiwania stosuje się zamiast pojedynczego rozwiązania aktualną populację (zazwyczaj różnych) rozwiązań aktualnych.
- Nowe rozwiązania uzyskiwane są drogą wyboru z populacji „rodziców” i odpowiedniego modyfikowania ich.
- Tutaj pomysł (2) odgrywa główną rolę:

Nowy kandydat powstaje w drodze rekombinacji pewnych cech dwóch lub więcej poprzedników.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

1. Techniki heurystyczne

- Algorytmy lokalnego poszukiwania – klasa algorytmów przybliżonych, w których rozwiązanie problemu jest iteracyjnie poprawiane poprzez przeglądanie sąsiedztwa rozwiązania.
- Elementy algorytmu:
 - I Generowanie dopuszczalnego rozwiązania początkowego
 - II Wybór operatorów do przeglądania sąsiedztwa rozwiązania
 - III Kryteria akceptacji ruchu
 - IV Warunek stopu algorytmu.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Metaheurystyki, inteligentne heurystyki

Bazują na analogiach do procesów ze świata rzeczywistego (fizyki, biologii), które można interpretować w kategoriach optymalizacji, a które często prowadzą do wyników bliskich optimum

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Metaheurystyki

- Symulowane wyżarzanie (ang. Simulated annealing SA)
- Przeszukiwanie Tabu (Przeszukiwanie z zakazami) (ang. Tabu Search TS)
- Systemy mrówkowe (ang. Ant systems AS- Ant Colony Optimization)
- Algorytmy ewolucyjne (ang. Evolutionary algorithms EA)
- Optymalizacja rojem cząstek (ang. Particle swarm optimization PSO)
- Optymalizacja z wykorzystaniem harmonii (ang. Harmony search HS).

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Symulowane wyżarzanie – inspiracja z procesu wyżarzania metalu (ang. Simulated annealing S.A.)

- Kawalek metalu jest podgrzewany do wysokiej temperatury, a następnie powoli schładzany.
- Powolne i regularne chłodzenie się metalu pozwala atomom na obniżenie poziomu swej energii do momentu znalezienia się w stanie metastabilnym (o minimalnej energii).
- Gwałtowne ochłodzenie zamroziłoby atomy na przypadkowych pozycjach, na których aktualnie znajdowałyby się.
- Otrzymana w rezultacie struktura metalu jest silniejsza i bardziej stabilna.
- Zamiast minimalizowania energii bloku metalu (czy maksymalizowania jego wytrzymałości), program minimalizuje lub maksymalizuje funkcję celu związaną z problemem.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Metoda symulowanego wyżarzania- jako modyfikacja błędzenia przypadkowego

- Nowo wygenerowany punkt staje się rozwiązaniem roboczym, gdy poprawia on wartość funkcji celu,
- Nowo wygenerowany punkt staje się rozwiązaniem roboczym. Jego akceptacja następuje z prawdopodobieństwem równym

$$p_a = \exp\left(-\frac{|f(x^n) - f(x^*)|}{T}\right), \text{ dla } T \geq 0$$

T – oznacza temperaturę, x^n , x^* – wektor rozwiązań nowy i stary.

- Odpowiednie dobranie sposobu obniżania temperatury w kolejnych generacjach.
 - Zbyt szybkie obniżanie temperatury odbija się negatywnie na dokładności algorytmu,
 - Zbyt powolne obniżanie temperatury znacznie wydłuża czas obliczeń.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Przeszukiwanie TABU (ang. Tabu search algorithm TS)

- ♦ Przeszukiwanie tabu jest wielokrotną procedurą stosowaną do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych z zakresu kombinatoryki dyskretnej.
- ♦ Podstawową ideą przeszukiwania tabu jest eksploracja przestrzeni, stworzonej ze wszystkich możliwych do realizacji rozwiązań, za pomocą sekwencji ruchów.
- ♦ Wyjście z lokalnie optymalnego, ale nie optymalnego globalnie, rozwiązania i tym samym uniemożliwienie wykonania pewnych ruchów w danym przejściu klasyfikowane jest jako ruch niedozwolony, czy też jako ruch tabu.
- ♦ Ruchy tabu to ruchy oparte na krótko- bądź długoterminowej historii sekwencji ruchów. Dla przykładu prosta implementacja może zakwalifikować ruch jako tabu, jeżeli ruch do niego przeciwny wykonany został ostatnio lub wykonywany był często.
- ♦ Czasami, gdy uważane jest to za korzystne, ruch tabu może być unieważniony. Takie kryterium aspiracyjne obejmuje również przypadek, kiedy przez zapomnienie, iż dany ruch jest tabu, dojdziemy do rozwiązania najlepszego z uzyskanych dotychczas.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Przeszukiwanie TABU (poszukiwanie z zakazami).

- Jest to metoda pozwalająca uniknąć niebezpieczeństwa wielokrotnego powracania do tego samego rozwiązania.
- Algorytm jest wyposażony w pamięć dotychczas odwiedzanych punktów.
- Ponowne odwiedzenie punktów znajdujących się w pamięci tabu jest zakazane.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Optymalne działanie kolonii mrówek – systemy mrówkowe (ang. Ant Colony Optimization – Ant systems AS)

1. Niektóre gatunki mrówek podczas wędrówki z mrowiska w kierunku źródła pożywienia pozostawiają na podłożu substancję chemiczną zwaną feromonem.
2. Gdy proces ten powtarza się, feromon pozostawiany jest przez mrówki w coraz większych ilościach na coraz krótszych odcinkach.
3. Kiedy inne mrówki dojdą do punktu decyzyjnego, którym jest skrzyżowanie wielu możliwych ścieżek, dokonują wyboru trasy na podstawie ilości pozostawionej przez poprzedniczki substancji.
4. Po kilku chwilach już prawie wszystkie mrówki używają najkrótszej ścieżki ze względu na najwyższą koncentrację znajdującego się na niej feromonu

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachcic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Optymalne działanie kolonii mrówek – systemy mrówkowe cd.

- Systemy mrówkowe są to systemy wielu przedstawicieli, w których zachowanie poszczególnego przedstawiciela inspirowane jest rzeczywistym zachowaniem mrówek.
- Wielokrotne użycie algorytmu pozwala na zidentyfikowanie trasy optymalnej.
- Algorytmy mrówkowe są najlepszym przykładem systemu bazującego na inteligencji masowej.
- Algorytmy mrówkowe wykorzystywane w programach komputerowych symulują pozostawianie feromonu wzdłuż wykorzystywanych ścieżek.
- Wykorzystywane są do rozwiązywania problemów optymalizacji, począwszy od klasycznego problemu komiwojagera (VRP, CVRP, VRPTW itp.), a skończywszy na wyznaczaniu tras w sieciach telekomunikacyjnych.



Algorytmy ewolucyjne (ang. Evolutionary algorithms EA)

(populacyjne algorytmy przeszukiwania)

- Algorytmy genetyczne
- Programowanie genetyczne
- Programowanie ewolucyjne
- Strategie ewolucyjne
- Algorytmy immunogenetyczne

Algorytm genetyczny

- „Zasada ich działania opiera się na obserwacji praw natury i przeniesieniu ich na grunt informatyki.
- U podstaw algorytmów genetycznych znajduje się dobór naturalny oraz dziedziczność.
- Najlepiej przystosowane jednostki (niosące rozwiązania zbliżone do właściwego) są powielane oraz krzyżowane ze sobą w celu powielenia informacji.
- Tworzone kolejno populacje są wypełniane losowo wygenerowanymi osobnikami wraz z obliczoną funkcją przystosowania

Proces sztucznej ewolucji

- Reprodukcja – skopiowanie do populacji tymczasowej T' losowo wybranych osobników z populacji bazowej.
- Proces losowania odbywa się ze zwracaniem.
- Osobniki o większej wartości funkcji przystosowania mają większe szanse reprodukcji.
- W wyniku reprodukcji w populacji tymczasowej znajdzie się większa liczba kopii lepiej przystosowanych osobników.
- Operacje genetyczne – krzyżowanie i mutacja.

Operatory genetyczne

- Operator krzyżowania** -
 - Osobnicy są kojarzeni w rozłączne pary.
 - Parametr algorytmu – prawdopodobieństwo krzyżowania p_c
 - Osobniki potomne zastępują rodziców.
- Operator mutacji** -
 - Mutacja – zmiana genotypu
 - Osobniki poddane mutacji stanowią populację potomną O' .
 - Parametr algorytmu – prawdopodobieństwo mutacji p_m
 - Algorytm działa do chwili spełnienia warunku zatrzymania.

Kryteria zatrzymania algorytmu

- Zbieżność algorytmów ewolucyjnych ma charakter asymptotyczny - tzn. gdy liczba generacji dąży do nieskończoności, prawdopodobieństwo osiągnięcia minimum globalnego wzrasta.

DWIE GRUPY KRYTERIÓW:

- Kryteria zatrzymania, polegające na monitorowaniu wartości funkcji przystosowania najlepszego wygenerowanego osobnika, (kryterium maksymalnego kosztu, zadowalającego poziomu funkcji przystosowania, minimalnej szybkości poprawy).
- Kryteria zatrzymania, polegające na monitorowaniu zdolności algorytmu do eksploracji przestrzeni genotypów, co warunkuje odporność algorytmu na maksima lokalne.

Monitorowanie rozwiązań generowanych przez algorytm ewolucyjny

- Kryterium maksymalnego kosztu

$K > K_{\max}$
Często rozumiane jako maksymalna dopuszczalna liczba generacji algorytmu.

- Kryterium zadowalającego poziomu funkcji przystosowania dla najlepszy dotychczas znaleziony osobnik.

$$f(x^k) \geq f_s$$

- Kryterium minimalnej szybkości poprawy – jeżeli w kolejnych ε iteracjach nie uda się poprawić wyniku algorytmu o więcej niż τ .

$$\left| f[x(t+\tau)] - f[x(t)] \right| \leq \varepsilon$$

$x(t)$ - najlepszy znaleziony osobnik w t iteracjach.

Strategie ewolucyjne

Strategia (1+1) - zastosowanie mechanizmu adaptacji zasięgu mutacji – zwanego regułą 1/5 sukcesów. Strategia ta posiada niewielką odporność na minima lokalne.

Strategia ($\mu+\lambda$) - z operatorami mutacji i krzyżowania.

- Przetwarzanie bazowej populacji P^t zawierającej μ osobników
- Z tej populacji generuje się populację potomną O^t , zawierającą λ osobników.
- Proces generowania (reprodukcja) – wielokrotnie powtarza się losowanie ze zwracaniem osobnika spośród μ osobników z P^t , a kopie umieszcza się w populacji pomocniczej T^t .
- Operacje krzyżowania i mutacji na populacji pomocniczej T^t .
- Tak otrzymana populacja O^t zostaje połączona ze starą populacją bazową P^t .
- Nową populację bazową tworzy μ najlepszych osobników wybranych spośród ($\mu+\lambda$) znajdujących się w złączeniu populacji

Strategie ewolucyjne cd.

- Strategia ($\mu+\lambda$) jest w dużym stopniu odporna na minima lokalne oraz posiada samoczynną adaptację zasięgu mutacji.
- Strategia ($\mu+\lambda$) działa wadliwie gdy w populacji znajdzie się osobnik o wyróżniającej się wartości funkcji przystosowania, lecz zdecydowanie nieodpowiednich wartościach odchyłań standardowych.
- Wówczas powstaje niepożądane sprzężenie zwrotne, które utrudnia działanie algorytmu.
- Osobnik ten nie zostanie usunięty z populacji dopóty, dopóki nie zostanie znaleziony inny o większej wartości funkcji przystosowania.
- Osobnik ten wpływa na potomstwo, będąc osobnikiem rodzicielskim, a jego wartości odchyłań standardowych są w ten sposób powielane i utrwalane w populacji a to utrudnia znalezienie osobników lepszych.

Strategia (μ, λ)

- Nowa populacja bazowa powstaje wyłącznie na podstawie λ osobników potomnych z populacji O^t .
- Osobniki rodzicielskie ulegają zapomnieniu. – a zatem każdy osobnik „żyje” dokładnie jedną generację.

Reguła 1/5 sukcesów

- Jeśli przez kolejnych k generacji liczba mutacji zakończonych sukcesem czyli
- jest większa niż 1/5 ogólnej liczby wykonanych mutacji, to należy zwiększyć zasięg mutacji stosując regułę:

$$F(Y^k) > F(X^k)$$

$$\sigma^k = c_0 \sigma$$

- Gdy dokładnie 1/5 mutacji kończy się sukcesem, wartość σ nie wymaga modyfikacji.
- W przeciwnym wypadku należy zawęzić zasięg mutacji według wzoru:

$$\sigma^k = c_0 \sigma$$

$$\text{oraz } c_0 = 0,82, \quad c_1 = 1/0,82$$

Algorytmy immunogenetyczne

- Algorytmy te wykorzystują własności układu odpornościowego.
- Układ ten to złożony system wyposażony w wiele mechanizmów umożliwiających rozwiązywanie specjalizowanych problemów.
- Jest to pozbawiony centralnego sterowania rozproszony układ posiadający zdolność uczenia się i zapamiętywania charakterystyk patogenów, z którymi zetknął się w czasie swojego funkcjonowania.
- Własności tych układów są wykorzystywane do zadań analizy danych, kompresji danych, uczenia maszynowego i optymalizacji.

Algorytm rozwiązywania zadań programowania nieliniowego z ograniczeniami przy pomocy algorytmu immunogenetycznego

- Rozwiązania dopuszczalne – to antygeny.
- Rozwiązania niedopuszczalne jako przeciwciała.
- Do zbioru antygenów wybiera się rozwiązania o największych wartościach funkcji celu (dla zadania maksymalizacji) – najlepsze przystosowanie do środowiska.
- Przeciwciała są w stanie odkrywać istotne schematy obecne w zbiorze antygenów.
- Poddanie przeciwciał modyfikacjom – może doprowadzić do ich naprawienia (uzyska się dobrze dopasowane rozwiązanie – które w znacznie mniejszym stopniu przekroczy ograniczenia).

Optymalizacja Rojem Cząstek (ang. Particle swarm optimization PSO)

- Opierając się na zachowaniach stad ptaków i ławic ryb, technika ta przedstawia możliwe rozwiązania jako cząsteczki lecące jak rój przez obszar rozwiązań.
- Metoda rozpoznana w 1995 r. przez dr E. Eberhart'a i dr J. Kennedy'ego.
- Podobnie jak stado ptaków, rój podąża za przywódcą, bieżącym, najlepszym znanym rozwiązaniem, przyspieszając i zmieniając kierunek, gdy lepsze rozwiązanie zostanie znalezione.
- Badania nad tymi systemami pokazały, że optymalizacja rojem cząstek może skuteczniej od innych technik znaleźć lepsze rozwiązanie złożonych problemów.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachocic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Optymalizacja z wykorzystaniem harmonii (ang. Harmony Search Optimization HSO)

- Algorytm HS należy do grupy algorytmów meta-heurystycznych, opracowany przez Zong Woo Geem w roku 2001.
- Wykorzystuje podobieństwa procesu jazzowej improwizacji do procesu poszukiwania globalnego optimum w zadaniach optymalizacji
- Jazzowa improwizacja poszukuje najlepszego stanu harmonii (fantastic harmony), określanego jako estetyczna estymacja procesu, właśnie tak jak algorytm optymalizacji poszukuje najlepszego stanu (globalnego optimum), określanego jako badanie wartości funkcji celu
- Estetyczna estymacja stanowi zbiór tonów, granych przez instrument muzyczny, właśnie tak jak określenie wartości (ewaluacja) funkcji celu jest realizowane z wykorzystaniem zbioru wartości zmiennych decyzyjnych.

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachocic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka

Współczesne trendy w optymalizacji

- **Rozwój metod dokładnych programowania matematycznego, np. wstępne przetwarzanie w programowaniu liniowym**
- **Dedykowane metody dokładne i przybliżone np. dla problemu pokrycia zbioru**
- **Algorytmy meta-heurystyczne**
- **Algorytmy hybrydowe**

Teoria i metody optymalizacji
Dr inż. Ewa Szlachocic

Wydział Elektroniki studia II st.
kier. Automatyka i Robotyka